Takiacademy | Présentation PowerPoint
app.takiacademy.com/subjects/1-maths/chapters/14-chapitre-12-calcul-integral/lessons/118948-correction-magazine-ndeg6-integrales/content
Téléchargement ter... | dev c++ - Recherch... | Le groupe Slama in... | Présentation20.ppt... | Les bases de donné... | Dell G15 GTX 1650... | Une introduction à... | exos_corriges.pdf
Chercher cours, examens ou exercices...
1% Votre solde 0 pts
Salsabil Maali Bac Informatique
Accueil | Mon profil | Offres | Matières | En direct | Porte monnaie | Assistance

Exercice 2 — 25 min — 4 pt

On considère les suites (I_n) et définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $I_n = \int_0^1 (1-t^2)^n dt$ et $J_n = \int_0^1 t^2(1-t^2)^n dt$.

1°) Calculer I_1

$I_1 = \int_0^1 1 - t^2 dt = \left[t - \frac{t^3}{3}\right]_0^1$

$= 1 - \frac{1}{3}$

Ainsi $I_1 = \frac{2}{3}$

2°) a) Montrer que pour tout $0 \leq t \leq 1$ on a : $1 - t^2 \geq 0$.

$0 \leq t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq t^2 \leq 1$

$\Rightarrow 1 - t^2 \geqslant 0$

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_{n+1} - I_n = -J_n$.

$I_{n+1} - I_n = \int_0^1 (1-t^2)^{n+1} dt - \int_0^1 (1-t^2)^n dt$

$= \int_0^1 (1-t^2)^{n+1} - (1-t^2)^n dt$

$= \int_0^1 (1-t^2)^n (1-t^2-1) dt$

$= -\int_0^1 t^2 (1-t^2)^n dt$

Ainsi $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $I_{n+1} - I_n = -J_n$

c) Montrer que la suite (I_n) est décroissante ; en déduire qu'elle est convergente.

$\forall t \in [0,1]$; $t^2 \geqslant 0$ et $1 - t^2 \geqslant 0$

donc $(1-t^2)^n \geqslant 0$

d'où $t^2(1-t^2)^n \geqslant 0$

et $t \longmapsto t^2(1-t^2)^n$ est Cntinue sur $[0,1]$

donc $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $J_n \geqslant 0$

$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}^*$ $I_{n+1} - I_n \leqslant 0$

Ainsi (I_n) est décroissante.

www.takiacademy.com
73.832.000

Cours | Exercices | Magazines
Magazine1-(Intégrales)
Correction-Magazine1-(Intégrales)
Magazine2-(Intégrales)
Correction-Magazine2-(Intégrales)
Magazine3-(Intégrales)
Correction-Magazine3-(Intégrales)
Magazine4-(Intégrales)
Correction-Magazine4-(Intégrales)
Magazine5-(Intégrales)
Correction-Magazine5-(Intégrales)
Magazine N°6- (Intégrales)
Correction Magazine N°6- (Intégrales)
62b9d47fcff24_Ma....pdf | 62b9d4e65dbc7_....pdf | 62b9d25ae56ce_M....pdf | 62e1194082e84_M....pdf | 62e1189da6c34_6....pdf | Tout afficher
16:41